Series ABCD5/5

**SET No. 2**

प्रश्न पत्र कोड
Q.P. Code **65/5/2**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 7 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **14** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains **7** printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **14** questions.
- Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

# गणित
# MATHEMATICS

*निर्धारित समय : 2 घण्टे*
*Time allowed : 2 hours*

*अधिकतम अंक : 40*
*Maximum Marks : 40*

*सामान्य निर्देश:*

*निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :*

1. *इस प्रश्न-पत्र के **तीन** खण्ड- **क, ख** तथा **ग** हैं।*
2. ***प्रत्येक** खण्ड अनिवार्य हैं।*
3. ***खण्ड–क** में 6 लघु-उत्तर प्रकार-I के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं।*
4. ***खण्ड–ख** में 4 लघु-उत्तर प्रकार-II के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं।*
5. ***खण्ड–ग** में 4 दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं।*
6. *कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है।*
7. *प्रश्न 14 एक प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिसमें **दो** भाग हैं जिनमें से प्रत्येक के **2** अंक हैं।*

## खण्ड क

**प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।**

**1.** उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु जिसका स्थिति सदिश $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ है, से हो कर जाती है और बिन्दुओं $-\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$ और $\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$ को मिलाने वाली रेखा के समांतर है। 2

**2.** ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$ 2

**3.** निम्न अवकल समीकरण : 2

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2e^{-y}$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

**4.** (क) घटनाओं A और B के लिए 2

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ और $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{1}{4}$ है।

ज्ञात कीजिए कि क्या A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं या नहीं।

**अथवा**

(ख) एक बॉक्स $B_1$ में 1 सफेद गेंद और 3 लाल गेंदें हैं। दूसरे बॉक्स $B_2$ में 2 सफेद गेंदें तथा 3 लाल गेंदें हैं। प्रत्येक बॉक्स $B_1$ तथा $B_2$ से एक-एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दोनों गेंदें एक ही रंग की हों। 2

***General Instructions :***

***Read the following instructions very carefully and strictly follow them :***

1. *This question paper contains* ***three*** *Sections-* ***A, B*** *and* ***C.***
2. ***Each*** *section is compulsory.*
3. ***Section-A*** *has 6 short-answer type-I questions of* ***2*** *marks each.*
4. ***Section-B*** *has 4 short-answer type-II questions of* ***3*** *marks each.*
5. ***Section-C*** *has 4 long-answer type questions of* ***4*** *marks each.*
6. *There is an internal choice in some questions.*
7. *Question 14 is a case study based question with* ***two*** *subparts of* ***2*** *marks each.*

## SECTION A

**Question numbers 1 to 6 carry 2 marks each.**

**1.** Find the vector equation of a line passing through a point with position vector $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and parallel to the line joining the points $-\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$ and $\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$. 2

**2.** Find : $\int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}$ 2

**3.** Find the general solution of the following differential equation : 2

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$$

**4.** (a) Events A and B are such that 2

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ and $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{1}{4}$

Find whether the events A and B are independent or not.

**OR**

(b) A box $B_1$ contains 1 white ball and 3 red balls. Another box $B_2$ contains 2 white balls and 3 red balls. If one ball is drawn at random from each of the boxes $B_1$ and $B_2$, then find the probability that the two balls drawn are of the same colour. 2

5. $x_1, x_2, x_3, x_4$ यादृच्छिक चर X के संभव मान (मूल्य) इस प्रकार हैं कि $2P(X = x_1) = 3P(X = x_2) = P(X = x_3) = 5P(X = x_4)$, चर X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। 2

6. यदि $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{a}.\vec{b}=1$ और $\vec{a} \times \vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ हो, तो $\left|\vec{b}\right|$ ज्ञात कीजिए। 2

## खण्ड ख

**प्रश्न संख्या 7 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं।**

7. (क) ज्ञात कीजिए : 3

$$\int e^x . \sin 2x \, dx$$

**अथवा**

(ख) ज्ञात कीजिए : 3

$$\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$$

8. समतलों $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right) = 10$ और $\vec{r}.\left(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}\right)+4=0$ की प्रतिच्छेदन रेखा से हो कर जाने वाले तथा बिंदु (–2, 3, 1) से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

9. (क) माना $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}$, $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}$ तथा $\vec{c} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ हैं, यदि $\hat{n}$ एक ऐसा मात्रक सदिश जिसके लिए $\vec{a}.\hat{n}=0$ और $\vec{b}.\hat{n}=0$ हो, तो $\left|\vec{c}.\hat{n}\right|$ ज्ञात कीजिए। 3

**अथवा**

(ख) यदि मात्रक सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण 30° है तो उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)$ और $\left(3\vec{a}+\vec{b}\right)$ हैं। 3

10. मान ज्ञात कीजिए : 3

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+(\tan x)^{2/3}} dx$$

5. Let X be a random variable which assumes values $x_1, x_2, x_3, x_4$ such that $2P(X = x_1) = 3P(X = x_2) = P(X = x_3) = 5P(X = x_4)$. 2

Find the probability distribution of X.

6. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{a}.\vec{b} = 1$ and $\vec{a} \times \vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, then find $\left|\vec{b}\right|$ 2

## SECTION B

**Question numbers 7 to 10 carry 3 marks each.**

7. (a) Find : 3

$$\int e^x . \sin 2x \, dx$$

**OR**

(b) Find : 3

$$\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$$

8. Find the equation of the plane passing through the line of intersection of the planes $\vec{r} . (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 10$ and $\vec{r} . (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) + 4 = 0$ and passing through the point (–2, 3, 1). 3

9. (a) Let $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$ and $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. If $\hat{n}$ is a unit vector such that $\vec{a}.\hat{n} = 0$ and $\vec{b}.\hat{n} = 0$, then find $\left|\vec{c}.\hat{n}\right|$. 3

**OR**

(b) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are unit vectors inclined at an angle 30° to each other, then find the area of the parallelogram with $(\vec{a} + 3\vec{b})$ and $(3\vec{a} + \vec{b})$ as adjacent sides. 3

10. Evaluate : 3

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+(\tan x)^{2/3}} dx$$

## खण्ड ग

**प्रश्न संख्या 11 से 14 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।**

**11.** (क) निम्न अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए : 4

$$\left(y-\sin^2 x\right)dx + \tan x\,dy = 0$$

**अथवा**

(ख) अवकल समीकरण $\left(x^3+y^3\right)dy = x^2y\,dx$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 4

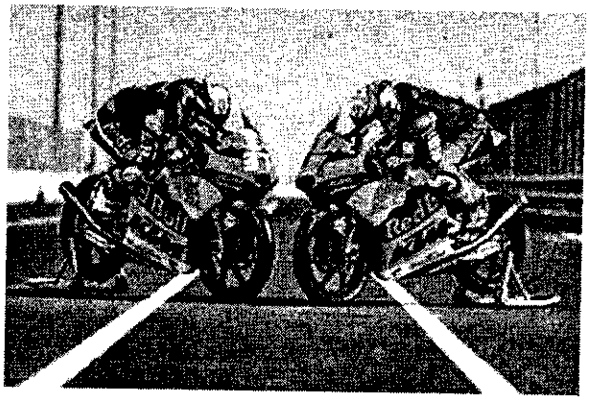
**12.** समाकलन के प्रयोग से, वक्रों $y = |x-1|$ तथा $y = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

**13.** एक फैक्ट्री में, मशीन A कुल उत्पादन का 30% उत्पादन करती है, मशीन B कुल उत्पादन का 25% और मशीन C बचा उत्पादन करती है। मशीनों A, B और C द्वारा दोषपूर्ण आइटम की मात्रा क्रमशः 1%, 1.2% तथा 2% है। दिन के उत्पादन से, एक आइटम यादृच्छया लिया जाता है और यह दोषपूर्ण आइटम निकलता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस आइटम का मशीन B द्वारा उत्पादन हुआ है। 4

**प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न**

**14.** दो मोटर साइकिलें A और B, अनुमत गति से अधिक गति से क्रमशः रेखाओं $2\times2=4$

$\vec{r} = \lambda\left(\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}\right)$ और $\vec{r} = \left(3\hat{i}+3\hat{j}\right)+\mu\left(2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)$ द्वारा निरूपित सड़कों पर दौड़ रही हैं।



उपरोक्त पर आधारित होकर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 2

(ख) वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहां पर यह दोनों मोटर साइकिलें आपस में टकरा सकती हैं। 2

## SECTION C

**Question numbers 11 to 14 carry 4 marks each.**

**11.** (a) Solve the following differential equation : 4

$$\left(y - \sin^2 x\right)dx + \tan x\, dy = 0$$

**OR**

(b) Find the general solution of the differential equation : 4

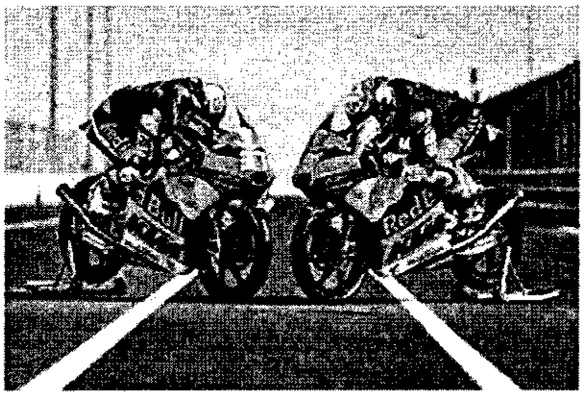
$$\left(x^3 + y^3\right)dy = x^2 y\, dx$$

**12.** Find the area bounded by the curves $y = |x-1|$ and $y = 1$, using integration. 4

**13.** In a factory, machine A produces 30% of total output, machine B produces 25% and the machine C produces the remaining output. The defective items produced by machines A, B and C are 1%, 1.2%, 2% respectively. An item is picked at random from a day's output and found to be defective. Find the probability that it was produced by machine B? 4

### Case Study Based Question

**14.** Two motorcycles A and B are running at the speed more than the allowed speed on the roads represented by the lines $\vec{r} = \lambda\left(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right)$ and $\vec{r} = \left(3\hat{i} + 3\hat{j}\right) + \mu\left(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$ respectively. 2×2=4



Based on the above information, answer the following questions :

(a) Find the shortest distance between the given lines. 2

(b) Find the point at which the motorcycles may collide. 2